

Računarska simulacija rada boost konvertora sa osvrtom na uticaj vrednosti induktivnosti na talasnost izlaznog napona

Predrag N. Lekić, Ivan B. Krstić, Jovan D. Ristić

Apstrakt— U radu je predstavljena računarska simulacija rada boost konvertora na nivou matematičkog opisa kola. Opisani su radni režimi boost konvertora: CISM (eng. *Complete Inductor Supply Mode*), IISM-CCM (eng. *Incomplete Inductor Supply Mode – Continuous Conduction Mode*) i IISM-DCM (eng. *Discontinuous Conduction Mode*). Kako svakoj simulaciji moraju prethoditi teorijska razmatranja, u radu je dat određeni broj relacija koje opisuju boost konvertor u svakom od 3 režima rada. Simulacija rada konvertora zasnovana je na pogodno formulisanim diferencijalnim jednačinama koje opisuju njegov rad i trapeznom metodu integracije. Program u SCILAB-u kojim se može simulirati rad boost konvertora dat je u dodatku.

Gljučne reči—Kritične induktivnosti; CISM; CISM-CCM; IISM-DCM; talasnost izlaznog napona.

I. UVOD

Iako boost konvertor, kao i svi osnovni konvertori, sadrži minimalan broj elemenata, odnosno realizuje se pomoću jednog kontrolisanog prekidača, jedne diode, jednog kalema i jednog kondenzatora, njegova analiza opisivanjem struje kalema i napona na kondenzatoru diferencijalnim jednačinama, a zatim rešavanje ovog sistema jednačina, zahteva značajna izračunavanja.

Drugi metod analize, kojim se pojednostavljuje matematički opis konvertora, ali zanemaruje dinamičko ponašanje sistema, zasniva se na aproksimaciji male talasnosti napona na izlazu (eng. *linear ripple approximation*). Nakon određivanja izraza za trenutnu struju kalema na osnovu argumenta fluksa i izraza za potreban faktor ispune upravljačkih impulsa, sledi određivanje talasnosti izlaznog napona na osnovu argumenta naelektrisanja. Ovakvom analizom se mogu odrediti potrebne vrednosti induktivnosti i kapacitivnosti, koje se zatim mogu iskoristiti u simulaciji za posmatranje dinamičkog ponašanja kola. Iako manje tačan, drugi metod analize se široko koristi pri dizajnu konvertora [1],[2].

Pri sintezi konvertora obično je unapred definisan: opseg ulaznog napona, izlazni napon i njegova maksimalna

Predrag N. Lekić – Fakultet Tehničkih Nauka, Univerzitet u Prištini u Kosovskoj Mitrovici, Kneza Miloša 7, 38220 Kosovska Mitrovica, Srbija (e-mail: predrag.lekic@pr.ac.rs).

Ivan B. Krstić – Fakultet Tehničkih Nauka, Univerzitet u Prištini u Kosovskoj Mitrovici, Kneza Miloša 7, 38220 Kosovska Mitrovica, Srbija (e-mail: ivan.krstic@pr.ac.rs).

Jovan D. Ristić – Fakultet Tehničkih Nauka, Univerzitet u Prištini u Kosovskoj Mitrovici, Kneza Miloša 7, 38220 Kosovska Mitrovica, Srbija (e-mail: jovan.ristic@pr.ac.rs).

promena, kao i opseg u kome se može naći otpornost opterećenja. Zbog kompaktnosti i malih gubitaka u pretvaraču, poželjno je da vrednosti kapacitivnosti i induktivnosti budu što manje [2-7].

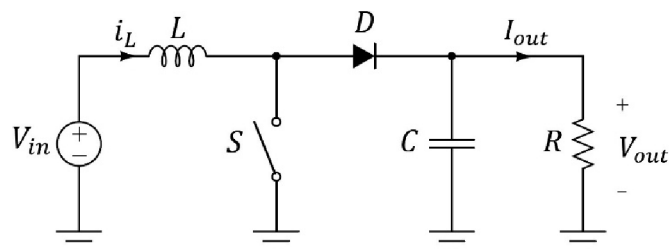
U većem delu postojeće literature, talasnost izlaznog napona (promena od vrha do vrha) boost konvertora ne zavisi od vrednosti induktivnosti kada konvertor radi u kontinualnom režimu struje kalema. Sa druge strane, mnogi eksperimentalni rezultati pokazuju da u slučaju malih induktivnosti u kolu konvertora, talasnost izlaznog napona raste sa povećanjem induktivnosti [3].

Pri izboru softverskog paketa za simulaciju rada boost konvertora, moguće je izabrati neki od simulatora orijentisanih na kolo (eng. *circuit oriented simulators*) ili neki od rešavača jednačina (eng. *equation solvers*). Kako je cilj simulacije u radu bio provera teorijskih rezultata bez zalaženja do nivoa komponenti, to je korišćen programski paket SCILAB koji, kao i svi rešavači jednačina, pruža potpunu kontrolu nad procesom simulacije.

U radu su date osnovne relacije od interesa do kojih se može doći analizom rada boost konvertora pod pretpostavkom male talasnosti izlaznog napona, kao i razmatranjem procesa prenosa energije boost konvertora. Jednačine koje opisuju dinamičko ponašanje su modifikovane i formulisane na pogodan način i dato je rešenje dobijeno korišćenjem trapeznog metoda integracije, koje je iskorišćeno za simulaciju rada boost konvertora u SCILAB-u.

II. KRITIČNE INDUKTIVNOSTI I RADNI REŽIM BOOST KONVERTORA

Na Sl. 1 prikazana je šema boost konvertora. Neka je prekidač S zatvoren u toku intervala vremena $0 < t < DT_s$, gde je: D – faktor ispune upravljačkih impulsa koji kontrolišu rad prekidača S , a T_s – perioda upravljačkih impulsa. U toku intervala vremena $DT_s < t < T_s$ prekidač je otvoren.



Sl. 1. Boost konvertor

U zavisnosti od toga da li je struja kalema $i_L(t)$ kontinualna u toku dela periode upravljačkog impulsa kada je kontrolisani prekidač otvoren, radni režim boost konvertora se deli na CCM (eng. *Continuous Conduction Mode*) i DCM (eng. *Discontinuous Conduction Mode*) režim. Analizom kola u stacionarnom stanju, pod pretpostavkom male talasnosti napona na izlazu, dobijaju se dobro poznate relacije za minimalnu i maksimalnu struju kalema: I_{Lmin} , I_{Lmax} , i potreban faktor ispunje upravljačkih impulsa D u CCM i DCM režimu rada konvertora [1], [4], [8]:

$$I_{LminCCM} = I_{out} \left(\frac{1}{1-D} - \frac{RD(1-D)}{2Lf_s} \right), \quad (1)$$

$$I_{LmaxCCM} = I_{out} \left(\frac{1}{1-D} + \frac{RD(1-D)}{2Lf_s} \right), \quad (2)$$

$$I_{LmaxDCM} = \frac{DV_{in}}{Lf_s}, \quad (3)$$

$$D_{CCM} = \frac{V_{out} - V_{in}}{V_{in}}, \quad D_{DCM} = D_{CCM} \sqrt{L/L_C}, \quad (4)$$

gde je: f_s – frekvencija upravljačkih impulsa, L_C – kritična vrednost induktivnosti potrebna da bi konvertor radio u CCM režimu rada, a koja se dobija izjednačavanjem (1) sa nulom:

$$L_C = \frac{RD_{CCM}(1-D_{CCM})^2}{2f_s}. \quad (5)$$

Kada je $L > L_C$ konvertor radi u CCM režimu struje kalema, dok za $L < L_C$ konvertor radi u DCM režimu struje kalema.

U zavisnosti od toga da li je struja kalema $i_L(t)$ uvek veća od izlazne struje I_{out} kada je prekidač isključen, mod prenosa energije (eng. *Energy Transmission Mode – ETM*), odnosno režim rada boost konvertora može se podeliti na [3]:

- režim potpunog snabdevanja strujom kalema (eng. *Complete Inductor Supplying Mode – CISM*), kada je $I_{Lmin} > I_{out}$;
- režim nepotpunog snabdevanja strujom kalema (eng. *Incomplete Inductor Supplying Mode – IISM*), kada je $I_{Lmin} < I_{out}$.

Kritična vrednost iduktivnosti L_K potrebna da bi konvertor radio u CISM režimu dobija se izjednačavanjem struja I_{out} i $I_{LminCCM}$:

$$L_K = \frac{R(1-D_{CCM})^2}{2f_s}. \quad (6)$$

Kada je $L > L_K$ konvertor radi u CISM režimu prenosa energije, dok za $L < L_K$ konvertor radi u IISM režimu prenosa energije.

Kako je $L_C < L_K$, boost konvertor može raditi u jednom od 3 režima u kojima su izrazi za talasnost izlaznog napona različiti [3]:

- CISM ($I_{Lmin} > I_{out}$): Kada je prekidač isključen, kalem ne samo da obezbeđuje struju opterećenja već puni i kondenzator. Talasnost izlaznog napona u CISM režimu određena je relacijom:

$$\Delta V_{out} = \frac{V_{out} - V_{in}}{RCf_s}. \quad (7)$$

- IISM-CCM ($0 < I_{Lmin} < I_{out}$): Kada je prekidač isključen, sve dok je $i_L(t) > I_{out}$ kalem obezbeđuje struju opterećenja i puni kondenzator. Kada struja kalema $i_L(t)$ opadne ispod I_{out} , i kalem i kondenzator obezbeđuju struju opterećenja. Talasnost izlaznog napona u IISM-CCM režimu određena je relacijom:

$$\Delta V_{out} = \frac{V_{out} - V_{in}}{2CV_{out}} \left(\frac{LV_{out}^3}{R^2V_{in}^2} + \frac{V_{in}^2}{4Lf_s^2V_{out}} + \frac{V_{out}}{Rf_s} \right). \quad (8)$$

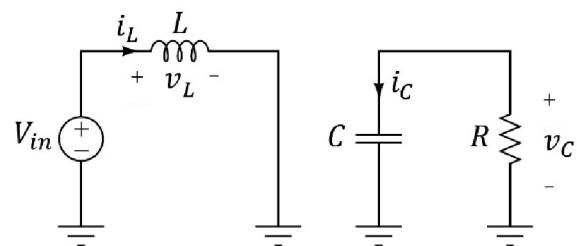
- IISM-DCM ($I_{Lmin}=0$): Kada je prekidač isključen, sve dok je $i_L(t) > I_{out}$ kalem obezbeđuje struju opterećenja i puni kondenzator. Kada struja kalema $i_L(t)$ opadne ispod I_{out} i kalem i kondenzator obezbeđuju struju opterećenja. Najzad, kada struja kalema $i_L(t)$ postane jednaka nuli, samo kondenzator obezbeđuje struju opterećenja. Talasnost izlaznog napona u IISM-DCM režimu određena je relacijom:

$$\Delta V_{out} = \frac{V_{out}}{CRf_s} + \frac{LV_{out}^2}{2C(V_{out} - V_{in})R^2} - \frac{V_{out} \sqrt{2Lf_s V_{out} (V_{out} - V_{in})}}{Cf_s (V_{out} - V_{in})} R^{\frac{3}{2}}. \quad (9)$$

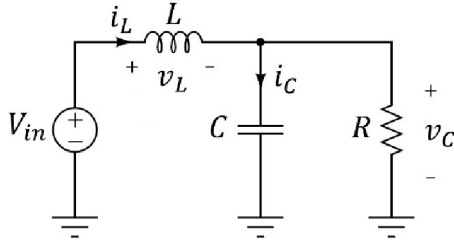
Iz relacija (7)-(9) može se zaključiti da talasnost izlaznog napona ΔV_{out} minimalna i ne zavisi od induktivnosti u slučaju CISM režima prenosa energije, dok u slučaju IISM-CCM i IISM-DCM režima opada sa povećanjem vrednosti induktivnosti kalema.

III. MODEL CCM BOOST KONVERTORA

Pod pretpostavkom da boost konvertor radi u CCM režimu struje kalema, ekvivalentna kola konvertora kada je prekidač zatvoren, odnosno otvoren, prikazana su na Sl. 2 i Sl. 3, respektivno.



Sl. 2. Ekvivalentno kolo boost konvertora kada je prekidač zatvoren



Sl. 3. Ekvivalentno kolo boost konvertora kada je prekidač otvoren

Diferencijalne jednačine koje opisuju struju kalema i napon na kondenzatoru u slučaju zatvorenog prekidača (Sl. 2) su:

$$\frac{d}{dt}i_L(t) = \frac{1}{L}V_{in}, \quad \frac{d}{dt}v_C(t) = -\frac{1}{RC}v_C(t). \quad (10)$$

U slučaju otvorenog prekidača (Sl. 3) jednačine koje opisuju struju kalema i napon na kondenzatoru su:

$$\frac{d}{dt}i_L(t) = -\frac{1}{L}v_C(t) + \frac{1}{L}V_{in}, \quad (11)$$

$$\frac{d}{dt}v_C(t) = \frac{1}{C}i_L(t) - \frac{1}{RC}v_C(t). \quad (12)$$

Na osnovu (10)-(12) model CCM boost konvertora možemo napisati u obliku:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L}(u(t)-1) \\ \frac{1}{C}(1-u(t)) & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L}V_{in} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

gde je sa $u(t)$ označeno:

$$u(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < DT_s \\ 0, & DT_s < t < T_s \end{cases}. \quad (14)$$

Ukoliko uvedemo sledeće oznake:

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} \frac{1}{L}V_{in} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$A(t) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L}(u(t)-1) \\ \frac{1}{C}(1-u(t)) & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

rešenje (13), korišćenjem trapeznog metoda integracije [5], dobija se u obliku:

$$x(t) = M(t)x(t-\Delta t) + N(t), \quad (17)$$

gde su $M(t)$ i $N(t)$ određeni relacijama:

$$M(t) = \left[I - \frac{1}{2}\Delta t A(t) \right]^{-1} \left[I + \frac{1}{2}\Delta t A(t-\Delta t) \right], \quad (18)$$

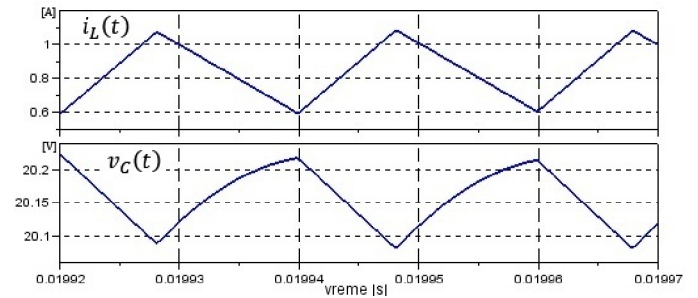
$$N(t) = \left[I - \frac{1}{2}\Delta t A(t) \right]^{-1} b\Delta t, \quad (19)$$

pri čemu je: Δt – korak integracije, I – jedinična matrica 2×2 .

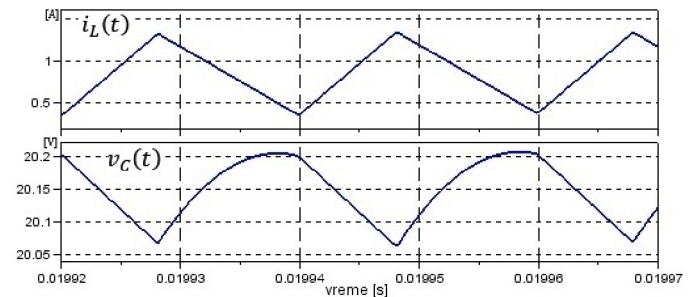
IV. REZULTATI SIMULACIJE

Jednačine (13)-(19), uz početni uslov $x(0)=0$, korišćene su za pisanje programa u SCILAB-u kojim se može simulirati rad boost konvertora. Relacija (4) korišćena je pri određivanju vrednosti potrebnog faktora ispunje. Programom je predviđeno da struja kalema ne može biti manja od nule, tako da se istim programom može simulirati i rad boost konvertora u DCM režimu rada. Vreme simulacije iznosilo je 1000 perioda upravljačkog signala kako bi se osiguralo da je kolo sigurno u ustaljenom režimu rada. Vrednosti od interesa izračunate na osnovu vrednosti struje kalema i napona na kondenzatoru u toku 998. periode upravljačkog signala.

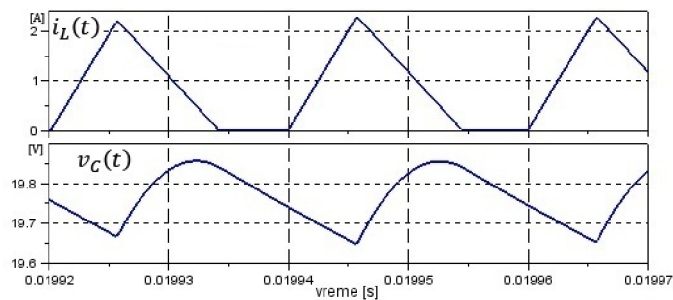
Za boost konvertor sa sledećim parametrima kola: $V_{in}=12V$, $V_{out}=20V$, $R=40\Omega$ ($I_{out}=0.5A$), $C=30\mu F$, $f_s=50kHz$, na osnovu (7) i (8) mogu se odrediti vrednosti kritičnih induktivnosti: $L_C=57.6\mu H$, $L_K=144\mu H$. Talasni oblici struje kalema $i_L(t)$ i napona na kondenzatoru $v_C(t)$ u ustaljenom režimu, dobijeni simulacijom u SCILAB-u, za sledeće vrednosti induktivnosti kalema: $L=200\mu H$, $L=100\mu H$ i $L=30\mu H$, prikazani su na Sl. 4a, Sl. 4b i Sl. 4c, respektivno.



(a) $L=200\mu H$ / CISM



(b) $L=100\mu H$ / IISM-CCM



(c) $L=30\mu\text{H}$ / IISM-DCM

Sl. 4. Struja kabela $i_L(t)$ i napon na kondenzatoru $v_C(t)$

TABELA I VREDNOSTI DOBIJENE SIMULACIJOM ZA RAZLIČITE VREDNOSTI L

$L(\mu\text{H})$	CISM			IISM-CCM			IISM-DCM		
	300	250	200	100	85	70	40	30	20
Vrednosti dobijene simulacijom									
$I_{Lmin}(\text{mA})$	680	659	598	367	264	183	0	0	0
$I_{Lmax}(\text{A})$	1.003	1.046	1.082	1.334	1.402	1.566	2	2.269	2.803
$\Delta V_{out}(\text{mV})$	136	136	136	142	141	162	191	207	234
$V_{out}(\text{V})$	20.181	20.174	20.158	20.151	20.199	20.198	20.01	19.768	19.782
Teorijske vrednosti									
$I_{Lmin}(\text{mA})$	673	641	593	353	269	148	0	0	0
$I_{Lmax}(\text{A})$	0.993	1.025	1.073	1.313	1.398	1.519	2	2.309	2.828
$\Delta V_{out}(\text{mV})$	133	133	133	138	143	151	188	205	226
$V_{out}(\text{V})$	20	20	20	20	20	20	20	20	20

V. ZAKLJUČAK

Model dat u radu karakteriše idealni boost konvertor. U cilju dobijanja matematičkog modela realnog konvertora potrebno je uključiti i neidealnosti, pre svega kontrolisanog prekidača i diode. Ovakav model bi bio znatno složeniji od datog modela i bio bi okarakterisan nelinearnim jednačina za čije rešavanje bi bilo potrebno koristiti iterativne postupke koji konvergiraju ka rešenju. Zbog navedenog je za simulaciju boost konvertora sa realnim komponentama jednostavnije koristiti neki od simulatora orijentisanih na kolo koji sadrže ugrađene modele komponenti. Međutim, ovi simulatori imaju nedostatke koji se ogledaju u maloj kontroli procesa simulacije.

Sa druge strane, rešavači jednačina pružaju potpunu kontrolu procesa simulacije, a to podrazumeva mogućnost izbora integracione rutine, vremenskog koraka simulacije i slično. Iz navedenog razloga, a uzevši u obzir da se (1)-(9) odnose na idealni konvertor, to je za proveru teorijskih vrednosti potrebno definisati matematički model idealnog konvertora i usvojiti neki od načina rešavanja dobijenog sistema jednačina, što je u radu i urađeno.

Vrednosti dobijene simulacijom pokazuju znatno slaganje sa teorijski predviđenim vrednostima. Talasnost izlaznog napona je najmanja i konstantna kada konvertor radi u CISM režimu, tako da je minimalna vrednost induktivnosti kojom se garantuje minimalna talasnost izlaznog napona određena zapravo kritičnom induktivnošću CISM i IISM režima, L_K , i nekoliko puta je veća od kritične induktivnosti CCM i DCM režima, L_C .

Talasni oblici na Slikama 4a., 4b. i 4c. odgovaraju CISM, IISM-CCM i IISM-DCM režimu rada konvertora, respektivno. Teorijska predviđanja vrednosti maksimalne i minimalne struje kabela I_{Lmax} , I_{Lmin} , srednje vrednosti izlaznog napona V_{out} i talasnosti izlaznog napona ΔV_{out} za različite vrednosti induktivnosti L , kao i vrednosti dobijene simulacijom prikazane su u Tabeli 1.

Na osnovu poklapanja teorijski predviđenih vrednosti i vrednosti dobijenih simulacijom konstantovano je da korišćeni matematički model verodostojno opisuje boost konvertor, što je ujedno i najbolja potvrda tačnosti i efikasnosti primenjenog metoda simulacije.

DODATAK

```
clear,clc
fs=input(' Uneti prekidacku frekvenciju u [kHz], fs=
')*1000;
Vin=input(' Uneti ulazni napon u [V], Vin= ');
Vout=input(' Uneti izlazni napon u [V], Vout= ');
R=input(' Uneti otpornost opterecenja u [Ohm], R= ');
L=input(' Uneti induktivnost kabela u [uH], L= ')*1e-6;
C=input(' Uneti kapacitivnost kondenzatora u [uF], C=
')*1e-6;
n=1000;
Ts=1/fs; // perioda prekidanja
tf=n*Ts; // vreme zavrsetka simulacije, n prekidackih perioda
deltat=Ts/100; // vremenski korak simulacije, po potrebi
smanjiti
t=[0:deltat:tf]'; // vreme
t_length=length(t); // broj tacaka u kojima se vrsti
izracunavanje
```

```
Lc=Vin^2*(Vout-Vin)*R/(2*fs*Vout^3); //Lc
if L>Lc, D=(Vout-Vin)/Vout; // CCM rezim rada konvertora
```

```

else D=sqrt(L/Lc)*(Vout-Vin)/Vout; // DCM rezim rada
konvertora
end

Il(1)=0; // pocetna struja kalema
Vc(1)=0; // pocetni napon na kondenzatoru

b=[Vin/L; 0];
A_prethodno=[0 0; 0 -1/(R*C)]; // A(t-dt)
I=eye(2,2); // jedinичna matrica 2*2

for k=2:t_length

    u(k)=0.5*(1-sign(t(k)/Ts-fix(t(k)/Ts)-D));
    A=[0 (u(k)-1)/L; (1-u(k))/C -1/(R*C)];
// trapezni metod integracije
    M=inv(I-deltat/2*A)*(I+deltat/2*A_prethodno);
    N=inv(I-deltat/2*A)*b*deltat;
    X=M*[Il(k-1) Vc(k-1)]'+N;
    Il(k)=X(1); Vc(k)=X(2);
    if Il(k)<0, Il(k)=0; end // ukoliko je IL(k)<0, dioda je
prestala da vodi
// struju kalema je potrebno izjednaciti sa nulom
    A_prethodno=A; // A u trenutku k, koristi se za
izracunavanje u trenutku k+1
end

subplot(211);
plot(t,Vc,'LineWidth',2); set(gca(),"grid",[1 1]);
subplot(212);
plot(t,Il,'LineWidth',2); set(gca(),"grid",[1 1]);

k1=99700; k2=k1+99;
Ilmin=10000; Ilmax=0; Vcmin=1000; Vcmax=0; Vavg=0;
for i=k1:k2,
    Ilmin=min(Ilmin, Il(i));
    Ilmax=max(Ilmax, Il(i));
    Vcmin=min(Vcmin, Vc(i));
    Vcmax=max(Vcmax, Vc(i));
    Vavg=Vavg+Vc(i)/100;

```

```

end
dVout=Vcmax-Vcmin;

```

ZAHVALNICA

Ovaj rad je podržan od strane Ministarstva nauke Republike Srbije, u okviru projekta III 47016.

LITERATURA

- [1] R. Shaffer, "Fundamentals of Power Electronics with MATLAB", Charles River Media, 2007.
- [2] M. H. Rashid, "Power Electronics Handbook", Academic Press, 2001.
- [3] S. Liu, J. Liu, "Research on output voltage ripple of boost DC/DC converters", Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists, Hong Kong, China, vol. II, pp. 1458-1462, 19-21 March, 2008.
- [4] R. W. Erickson, D. Maksimović, "Fundamentals of Power Electronics", Springer, 2001.
- [5] N. Mohan, T. M. Undeland, W. P. Robbins, "Power Electronics: converters, applications, and design", John Wiley & Sons, 1995.
- [6] B. L. Dokić, "Energetska elektronika: pretvarači i regulatori", Akademska misao Beograd i Elektrotehnički fakultet Banja Luka, Banja Luka, 2007.
- [7] W. Shepherd, L. Zhang, "Power Converter Circuits", CRC Press, 2004.
- [8] http://tnt.etf.rs/~oe3ee/osnovni_konvertori_new.pdf.

ABSTRACT

Computer simulation of boost converter based on mathematical description level is presented in this paper. Operation modes of boost converter: CISM, IISM-CCM and IISM-DCM are described. As each simulation has to be preceded by theoretical consideration, the paper presents a certain number of relations describing boost converter in each of 3 operation modes. Simulation of the converter is based on a suitable formatted differential equations which describe its work, as well as on the trapezoidal integration method. Source code written in SCILAB and given in the Appendix, one can use to simulate boost converter.

Computer simulation of boost converter with reference to the inductance value influence on the output voltage ripple

Predrag N. Lekić, Ivan B. Krstić, Jovan D. Ristić